

## DIMINUINDO A DISTÂNCIA TRANSACIONAL: MEDIANDO A APRENDIZAGEM DE CONTEÚDOS DA GEOMETRIA PLANA NA EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

DECREASING TRANSACTIONAL DISTANCE: MEDIATING OF LEARNING IN CONTENTS OF FLAT GEOMETRY IN DISTANCE EDUCATION WITH GEOGEBRA SOFTWARE

- **Débora Pelli** (Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri – [deborapelli@yahoo.com.br](mailto:deborapelli@yahoo.com.br))
- **Flávio César Freitas Vieira** (Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri – [flavio.cesar36@gmail.com](mailto:flavio.cesar36@gmail.com))

### Resumo:

O objetivo principal da presente pesquisa é discutir sobre o uso do software GeoGebra como mediador da aprendizagem da Geometria Plana Euclidiana. A mesma é produto educacional de uma pesquisa realizada durante o mestrado realizado na Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP. A metodologia utilizada foi pesquisa aplicada, com propostas de aulas, uso do GeoGebra construções e demonstrações para o ensino na modalidade a distância com utilização da plataforma Moodle. A fundamentação teórica está embasada em um estudo de pesquisadores sobre a Geometria Plana Euclidiana, a Geometria Plana, o Software Dinâmico GeoGebra, a Educação na Modalidade a Distância e as Teorias da Mediação, da Interação e da Distância Transacional, dentre os quais: Notare (2001), Eves (2011), Fiorentini (2006), Bicudo (2009), Moore (2007), Morais (2012). Nos resultados obtidos constatou-se que metodologias motivadoras com o uso de softwares dinâmicos, como o software GeoGebra, facilitam o ensino-aprendizagem da geometria plana no ensino a distância, associada a estratégias com utilização de representações geométricas a partir das experiências da vida diária vivenciadas pelos alunos.

**Palavras-chave:** educação matemática; ensino a distância; uso de TIC.

### Abstract:

The main goal of this research is to debate the use of GeoGebra software as a Euclidean Flat Geometry learning intermediary. This software is an education product of a master's research that took place at UFOP. The methodology used was applied research with class elaborate proposals, use of GeoGebra construction and demonstration for distance learning using the Moodle platform. The theoretical foundation was based on a study of researchers on Euclidean Flat Geometry, Flat Geometry, GeoGebra Dynamic Software, Education on Distance Learning and Mediation, Interaction and Transactional Distance Theories, among which Notare (2001), Eves (2011), Fiorentini (2006), Bicudo (2009), Moore (2007), Morais (2012). The results obtained evidence that motivational methods with the use of dynamic software, as GeoGebra software, facilitate the flat geometry teaching and learning in distance learning and associate with strategies with the use of geometrical representations to the experiences of daily life experienced by the students.

**Keywords:** mathematics education; distance learning; use of ICTs.

## 1. A Teoria da Interação e da Distância Transacional no ensino da Geometria Plana na Educação a distância.

Os textos iniciais, oriundos de uma pesquisa de mestrado realizada na UFOP em 2013-2014 (PELLI, 2014), são essenciais para que haja um melhor entendimento das atividades propostas no capítulo 2 desse artigo, compostas por construções e demonstrações realizadas por meio do software GeoGebra, por meio da compreensão das teorias e da metodologia adotada, estudo misto onde foi verificada quais as contribuições que o software GeoGebra podem apresentar no estudo da Geometria Plana no ensino na modalidade a distância, que embasaram esse estudo para o desenvolvimento de atividades curriculares para a prática docente em sala de aula.

### 1.1. A Geometria Plana Euclidiana.

A Geometria Euclidiana como é ensinada atualmente nas escolas baseia-se em cinco postulados:

1. Dados dois pontos distintos, há um único segmento de reta que os une.
2. Um segmento de reta pode ser prolongado indefinidamente para construir uma reta.
3. Dados um ponto qualquer e uma distância qualquer, pode-se construir uma circunferência de centro naquele ponto e com raio igual à distância dada.
4. Todos os ângulos retos são semelhantes.
5. Se uma linha reta cortar duas outras retas de modo que a soma dos dois ângulos internos de um mesmo lado sejam menores do que dois ângulos retos, então essas duas retas, se forem prolongadas indefinidamente, encontram-se em um ponto no mesmo lado em que os dois ângulos são menores do que os dois ângulos retos (BICUDO, 2009).

Esses cinco postulados foram tratados pela primeira vez em sua maneira axiomática e dedutiva no livro *Os Elementos* escrito por Euclides na Grécia por volta do final do século IV a.C. Essa obra euclidiana é considerada um trabalho matemático e geométrico épico, sendo constituída por treze livros, reconhecidos pelo seu formalismo e rigor.

*Os Elementos* possuem 465 proposições que se iniciam com a definição de termos básicos, continuam com a conceituação de teoremas que são desenvolvidos com a utilização desses termos e com o emprego dos princípios da lógica (EVES, 2004). De uma maneira geral, os conteúdos dos seis primeiros livros se relacionam com a geometria plana elementar.

As construções e demonstrações elaboradas por Euclides seguem uma ordem na qual uma proposição sempre utiliza fatos que foram previamente construídos ou demonstrados em proposições anteriores. Esses trabalhos priorizam e valorizam a utilização de objetos geométricos no seu desenvolvimento, estando desvinculadas das demonstrações que apelam para a simples manipulação algébrica e não oferecem uma construção significativa do ponto de vista da Geometria (NOTARE, 2001).

A maneira como Euclides demonstrou as proposições, a partir da utilização de construções e demonstrações, continua sendo uma referência importante para qualquer trabalho acadêmico, estudo ou investigação científica que esteja relacionada com os conteúdos da Geometria Plana que surgiram ou que possam surgir posteriormente à publicação de *Os Elementos*, pois essa obra tornou-se “o protótipo da forma matemática moderna” (EVES, 2011, p. 178).

### 1.2. A Geometria Plana.

Existe a necessidade de ressaltar a importância dos conteúdos geométricos para o processo de ensino e aprendizagem em Matemática, pois essa área do conhecimento apresenta uma função essencial na formação dos indivíduos, possibilitando uma interpretação mais completa do mundo, uma comunicação mais abrangente das ideias e uma visão mais equilibrada da Matemática. Assim, a Geometria desempenha um papel fundamental no ensino, pois é responsável pela ativação das estruturas mentais na passagem de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização (LORENZATO, 1995).

Para os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática - PCNs (BRASIL, 1998), a Geometria Plana é uma disciplina importante para que os alunos consigam organizar o próprio pensamento a partir do mundo em que vivem, pois a percepção dos objetos pertencentes ao mundo físico como, por exemplo, as obras de arte, as pinturas, os desenhos, a escultura e o artesanato, podem gerar conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Apesar das importantes contribuições da Geometria para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos de níveis superiores, na maioria das vezes, o seu ensino tem sido objeto de pouca exploração e normalmente é deixado para ser introduzido no final de cada ano letivo. Por exemplo, no primeiro ciclo do ensino fundamental, a Geometria é frequentemente esquecida durante o desenvolvimento do currículo matemático, sendo também relegada a um segundo plano em relação à aritmética, enquanto que no segundo ciclo do ensino fundamental e no ensino médio, a Geometria também costuma ser relegada a um segundo plano em relação à álgebra.

Reforçando esse ponto de vista, as informações obtidas junto ao *Centro de Pesquisas em Educação e Cultura* mostram que o ensino da Geometria não é abordado pelos professores com a mesma importância dada ao ensino da álgebra e da aritmética (CENPEC, 2002).

As dificuldades relacionadas com o aprendizado da Geometria Plana estão relacionadas com: a) o conteúdo que é o último a ser estudado no ensino fundamental, b) a falta da formação continuada dos professores, c) a abordagem realizada nos livros didáticos e d) o seu conteúdo não é proposto nas aulas.

Contudo, para que essa abordagem possa favorecer o processo de ensino, existe a necessidade de que metodologias diferenciadas sejam utilizadas na aprendizagem de conteúdos geométricos, como por exemplo, os *softwares* educativos que podem auxiliar os alunos na percepção e compreensão de conceitos da Geometria Plana.

Nesse sentido, para que essa abordagem pedagógica seja implementada de uma maneira adequada nas salas de aula presencial ou virtual, é preciso oferecer condições para que os alunos realizem explorações e investigações no ensino e aprendizagem de conteúdos geométricos para facilitar e possibilitar a aquisição de informações necessárias para a sistematização dos conceitos geométricos (FIORENTINI, 2006).

Por exemplo, um aplicativo eficiente para esse trabalho pedagógico nas escolas é o *GeoGebra*, que pode ser considerado como um *software* da Geometria Dinâmica, que permite que os alunos construam e explorem objetos geométricos e algébricos de maneira interativa. Esse software possibilita a construção de uma visão sistemática das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática e suas conexões (BRASIL, 2002).

Torna-se, portanto, importante a utilização das tecnologias digitais como uma ação pedagógica para o ensino e aprendizagem de conteúdos geométricos por meio da elaboração de atividades curriculares matemáticas que facilitam a produção, a apropriação e o estabelecimento efetivo desse conhecimento.

Nessa perspectiva, os alunos tornam-se participantes ativos no processo de construção do conhecimento matemático e geométrico, pois os professores possibilitam que *façam matemática* por meio da experimentação, interpretação, visualização, indução, elaboração de conjecturas, abstração, generalização e demonstração (GRAVINA, 1998).

Nesse sentido, os alunos tornam-se interessados em suas aulas de matemática, nos conteúdos da geometria plana, pois são motivados a participarem, de fato, do processo de ensino para a aprendizagem.

### 1.3. O Software Dinâmico GeoGebra.

A versão inicial do software GeoGebra foi criada em 2001 por Markus Hohenwarter durante a condução de sua dissertação de mestrado em Educação Matemática e Ciências Computacionais, realizado na Universidade de Dalzburg na Áustria.

O software livre GeoGebra possui todas as ferramentas tradicionais de um software de geometria dinâmica, como, por exemplo, os pontos, os segmentos, as retas e as seções cônicas, contendo as representações geométrica e algébrica, que interagem entre si.

Assim, os recursos tecnológicos desse software podem potencializar o ensino e a aprendizagem de conteúdos em Geometria Plana. Então, esses recursos possibilitam que os alunos desenvolvam um trabalho que permite a utilização de várias representações de um mesmo objeto matemático de aprendizagem, que pode ser considerado como um elemento abstrato que tem as suas raízes na matemática e na filosofia da matemática (MORAIS, 2012).

Esse software possui uma interface simples composta por várias caixas de ferramentas, sendo que a sua parte superior apresenta as devidas explicações quanto à sua utilização por meio de ícones, facilitando a aprendizagem da Geometria Plana.

Na parte superior do software, encontra-se a barra de ferramentas com os objetos que podem ser utilizados nas construções da área gráfica. Assim, à medida que os objetos matemáticos são construídos, suas coordenadas e equações são mostradas na área algébrica.

Além disso, com o *mouse*, podem-se modificar as propriedades dos objetos matemáticos que foram construídos com a utilização da área de cálculo e, ao mesmo tempo, observar dinamicamente a mudança nas coordenadas dos objetos geométricos ou equações.

A Figura 1 mostra a janela inicial de visualização do GeoGebra, que está dividida em três áreas: algébrica, gráfica e de cálculo.

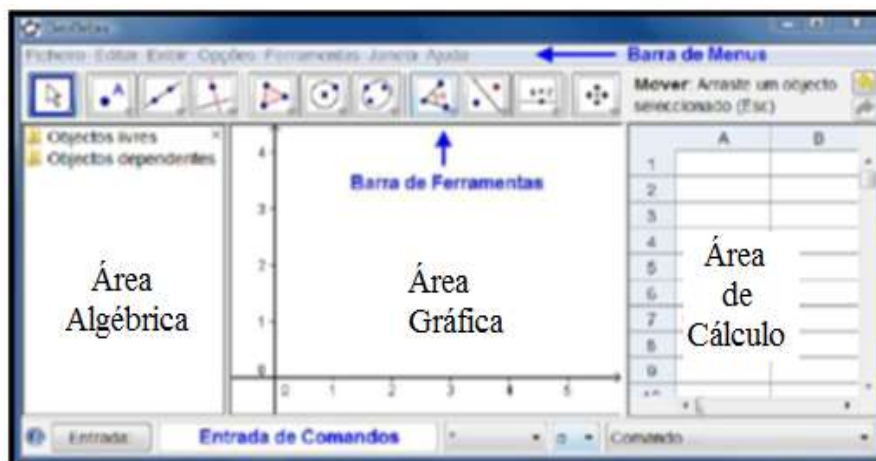


Figura 1. Janela inicial de visualização do GeoGebra.  
 Fonte: arquivo pessoal da professora-pesquisadora (2013).

A instalação do GeoGebra ocorre rapidamente a partir de *download* disponível em diversas versões e em diversos sites à partir do Google, sendo necessário que os computadores disponham a versão Java para o seu funcionamento. Para um melhor entendimento e utilização desse software, foram criados diversos tutoriais que são encontrados em inúmeros sites na Internet.

#### 1.4. A Educação na Modalidade a Distância.

A educação na modalidade a distância teve início e evolução no século XIX com a utilização do correio para enviar informações, transmitir instruções e receber dos alunos as respostas às lições propostas. Essa modalidade de educação tornou-se uma alternativa empregada em substituição à educação presencial.

Posteriormente, esse tipo de ensino foi utilizado para tornar a educação tradicional acessível às pessoas residentes em áreas isoladas ou àquelas que não tinham condições de cursar o ensino regular no período apropriado. Embora essa modalidade de educação possa dificultar o estabelecimento de inter-relações entre os professores e alunos, é necessário ressaltar a sua importância como política pública educacional.

Nesse sentido, essa política pública educacional procura atender uma crescente parcela da população brasileira que busca a formação inicial ou continuada, que tem como objetivo adquirir condições de competir no mercado de trabalho. Então, a educação a distância permite romper as distâncias relacionadas com o espaço e o tempo, viabilizando a interatividade<sup>1</sup> e a disseminação de informações.

<sup>1</sup> A interação no ensino a distância se dá de três formas distintas: interação conteúdo-aluno, interação instrutor-aluno e interação aluno-aluno. (MOORE; KEARSLEY, 2007).

A educação na modalidade a distância vem ganhando espaço nas Universidades Federais brasileiras com a criação da *Universidade Aberta do Brasil (UAB)*, com o Decreto 5.800 de 08 de junho de 2006. O programa UAB é um projeto do Ministério da Educação (MEC) para a articulação e integração de um sistema nacional de instituições para o ensino superior a distância. Atualmente, a UAB prioriza a formação de educadores, pois essa política pública da educação estimula a articulação e a integração de um sistema nacional de educação superior, formado por instituições públicas de ensino superior, em parceria com estados e municípios brasileiros, utilizando a Educação a distância (EAD) para veiculação dos conteúdos dos diversos cursos (MIRANDA, 2008).

O sistema UAB é um grande empreendimento na área educacional que se encontra em um processo de expansão. Por exemplo, em 2001, essa modalidade de ensino matriculou 5.359 alunos, sendo que uma década depois, em 2010, possuía 930.179 alunos matriculados em seus cursos (ALONSO, 2013). Nesse direcionamento, a cada ano, novas instituições públicas de ensino superior e novos polos são agregados a essa rede de ensino, bem como novos cursos são oferecidos para os alunos dessa modalidade em todo o Brasil.

### 1.5. A Teoria da Mediação.

A mediação pode ser investigada enquanto variável envolvida na construção do conhecimento matemático e geométrico dos alunos, pois é notada a influência do meio e de todos os seus instrumentos e artefatos no desenvolvimento, no comportamento e na ação dos professores, alunos e tutores na transformação do ambiente de aprendizagem a distância. Assim, enquanto sujeitos do conhecimento, as pessoas têm um acesso mediado aos objetos, como por exemplo, matemáticos e geométricos, por meio de recortes da realidade, que são operados pelos sistemas simbólicos que estão disponibilizados no ambiente (VYGOTSKY, 1987).

Nesse contexto, qualquer tipo de aprendizagem é necessariamente mediada na relação das pessoas com a sociedade, em que ocorre a transformação de seu meio para o atendimento de suas necessidades básicas. No decorrer desse processo, as pessoas também se transformam. Então, a mediação pode ser considerada como um pressuposto essencial para que se possa explicar o funcionamento das *funções psicológicas superiores*, como o controle consciente do comportamento, a atenção e a memória voluntária, a memorização ativa, o pensamento abstrato, o raciocínio dedutivo e a capacidade de planejamento.

Essas funções ocorrem a partir de processos voluntários e ações conscientes a partir de uma auto estimulação criada por uma nova situação enfrentada pelas pessoas, direcionando-as para o desenvolvimento de sua intelectualização por meio da aprendizagem. Por exemplo, a linguagem e a memória são características das funções psicológicas superiores presentes nas atividades realizadas no cotidiano, sendo construídas no decorrer da história sociocultural das pessoas (VYGOTSKY, 1989).

Ao nascerem, os indivíduos apresentam somente as *funções psicológicas elementares* como as reações automáticas, as ações reflexivas e a capacidade de realizar associações simples. Essas funções são controladas pelo meio, pois estão relacionadas com o os estímulos e as resposta provenientes do ambiente. Assim, o comportamento é determinado pela estimulação do meio.

Porém, durante a convivência com os meios social e cultural, as pessoas aprendem e desenvolvem as suas funções psicológicas superiores por intermédio do relacionamento e da interação com outros indivíduos. Nesse sentido, a relação das pessoas com esses contextos para a realização das atividades diárias é mediada por meio de instrumentos técnicos e tecnológicos que são considerados como mediadores internos.

Esses mediadores funcionam como ferramentas auxiliares no controle da atividade psicológica e também por um sistema de signos que são considerados como mediadores internos que funcionam como ferramentas auxiliares utilizadas para transformar os objetos ou o ambiente. A Figura 2 mostra como ocorre o processo de mediação.



Figura 2. O processo de Mediação.

Fonte: arquivo pessoal da professora-pesquisadora (2013).

Então, a mediação pode ser definida como o processo de intervenção de um elemento intermediário em uma relação. Assim, a relação que era direta passa a ser mediada por esse elemento (OLIVEIRA, 2002). Diante dessa asserção, é necessário que o ambiente virtual de aprendizagem (AVA) possua ferramentas tecnológicas que possam atuar como mediadoras do processo de ensino e aprendizagem, pois esse meio (AVA) promove a comunicação e a interação entre os professores, os alunos, os tutores, os conteúdos curriculares e as ferramentas pedagógicas e metodológicas utilizadas nesse ambiente.

De acordo com essa perspectiva, o aprendizado é desencadeado por meio de ações concretizadas nas relações entre os indivíduos, cujas intermediações também podem ocorrer por meios virtuais. Então, é importante que em propostas construtivistas seja desenvolvido o trabalho com os conteúdos curriculares a partir da mediação de instrumentos pedagógicos e tecnológicos que possam intervir academicamente nas atividades realizadas pelos alunos com o objetivo de atribuírem significados e contextos para os conteúdos a serem estudados.

Assim, por intermédio do processo da mediação pedagógica estabelecida pelas tecnologias de informação e comunicação, os alunos podem se relacionar com os professores e tutores no AVA, possibilitando, dessa maneira, a construção de seu conhecimento matemático e geométrico. Geralmente, a interação social ocorre com a

utilização de materiais didáticos como os livros, as apostilas, as videoaulas, os fóruns de discussão e as vídeo e web conferências.

### 1.6. A Teoria da Interação e da Distância Transacional.

Essas teorias procuram eliminar o hiato existente na comunicação estabelecida entre os professores, os tutores e os alunos, que é causada pela distância geográfica. Nesse sentido, os alunos, professores e tutores estão em locais diferentes durante todo ou grande parte do tempo em que aprendem e ensinam e se interagem com o auxílio de algum tipo de tecnologia (MOORE; KEARSLEY, 2007).

Atualmente, os estudos que envolvem as pesquisas e investigações em educação a distância estão direcionados para pesquisar as mídias de comunicação e softwares. Nesse direcionamento, as novas ferramentas tecnológicas de aprendizagem devem ser utilizadas em sala de aula, como, por exemplo, o emprego do GeoGebra em aulas de Geometria Plana, em cursos nos quais essa disciplina integra o currículo matemático.

A utilização dessas ferramentas tecnológicas visa diminuir a distância transacional, que se refere ao espaço psicológico e comunicativo que separa os professores, tutores e alunos das transações de ensino desencadeadas nessa modalidade educacional, que podem ocorrer em situações estruturadas ou planejadas de aprendizagem. A diminuição ou o aumento da distância transacional depende do diálogo, da estrutura da disciplina, do curso ou do programa e da autonomia dos alunos (MOORE, 2007).

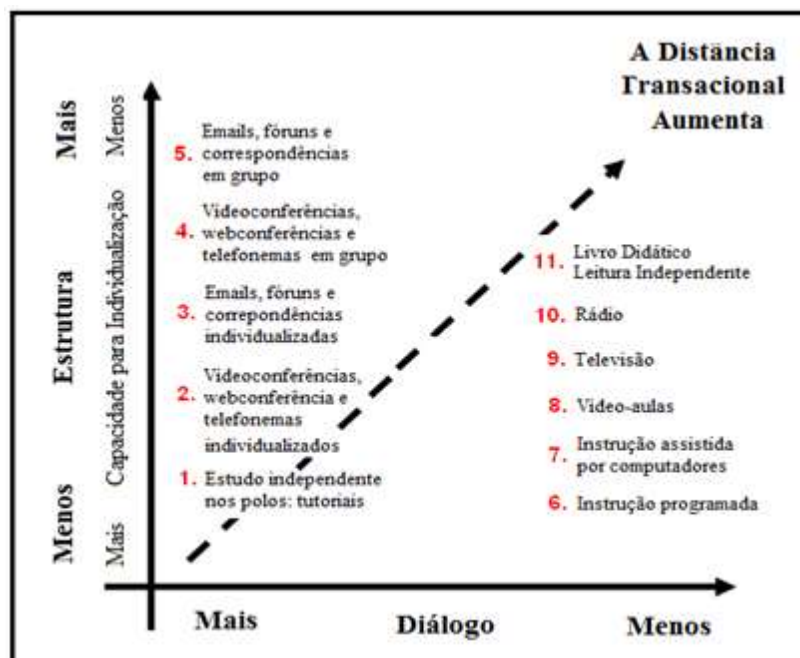


Figura 3. A distância transacional com referência às variáveis do diálogo e da estrutura dos programas de ensino.

Fonte: Moore (2007).



Essas relações mostram que, por meio da manipulação das mídias de comunicação, é possível aumentar a ocorrência do diálogo entre os professores, alunos e tutores para reduzir a distância transacional entre essas pessoas.

Por outro lado, quando uma disciplina, um curso ou um programa de ensino é altamente estruturado e o diálogo entre os professores, os alunos e os tutores é praticamente inexistente, a distância transacional entre essas pessoas é alta. Entretanto, a distância transacional é baixa nos programas educacionais que possibilitam a ocorrência de muitos diálogos com uma estrutura pré-determinada mínima.

Assim, a utilização das tecnologias da informação e comunicação na estruturação de cursos prioriza o processo educacional interativo e centrado nos alunos. Nesse processo educacional, a distância transacional é considerada como um fenômeno pedagógico e não apenas uma questão geográfica, pois procura investigar a influência que essa distância exerce no ensino e aprendizagem dos conteúdos das disciplinas da matriz curricular, na elaboração curricular e na organização e gerenciamento do programa educacional (MOORE e KEARSLEY, 2007).

## 2. Atividades Realizadas com Conteúdos da Geometria Plana Desenvolvidas no Software GeoGebra.

Uma boa forma de estudar a Geometria Plana no ensino na modalidade a distância é usando o software GeoGebra que será um mediador do processo de ensino para a aprendizagem.

Para um melhor entendimento sobre como desenvolver atividades que envolvam conteúdos da Geometria Plana Euclidiana com a utilização do software GeoGebra, foram selecionadas uma aula de construção e três de demonstração geométrica, além de 4 (quatro) atividades para facilitar o desenvolvimento de conteúdos geométricos relacionados com construção de triângulos, ângulos opostos pelo vértice, teorema do ângulo externo e retas paralelas cortadas por uma transversal.

### 2.1. Aula 1: Proposição 1 do Livro 1 de Euclides. Construção de um Triângulo Equilátero sobre uma Reta Limitada Dada

Seja dado o segmento de reta  $AB$ , que é considerado como a reta limitada  $AB$ , Figura 4.



Figura 4. Segmento de reta  $AB$ .

Fonte: arquivo pessoal da professora-pesquisadora (2013).

Para a construção do segmento, devem ser criados dois pontos e, em seguida, o segmento de reta que passe pelos pontos.

Em seguida, traçam-se dois círculos,  $BCD$  e  $ACE$ , de maneira que o primeiro tenha centro em  $A$  e o segundo tenha centro em  $B$ .

Para a construção do círculo  $BCD$ , deve ser selecionada a ferramenta “círculo dados o centro e o raio”, em seguida clicar no centro  $A$  e no ponto  $B$ . Repetir o processo para a criação do círculo  $ACE$ , com centro em  $B$  e ponto  $A$ .

O ponto  $C$  é um dos pontos no qual os círculos se cortam. Traçam-se as retas  $AB$ ,  $AC$  e  $CB$ . Nesse caso, o segmento  $AB$  torna-se raio dos dois círculos. Para a criação do ponto  $C$ , deve-se usar a ferramenta “interseção de dois objetos”.

Sendo  $A$  o centro do círculo  $BCD$ , tem-se que  $AC$  é igual a  $AB$ , pois ambos são raios do desse círculo, assim como, sendo  $B$  centro do círculo  $ACE$ ,  $BC$  é igual a  $AB$ , pelo mesmo motivo. Logo  $AB$ ,  $AC$  e  $BC$  são segmentos iguais.

Vale ressaltar que o termo igual, conforme escrito no livro “Os Elementos” significa ter a mesma medida, ou seja, ser congruente.

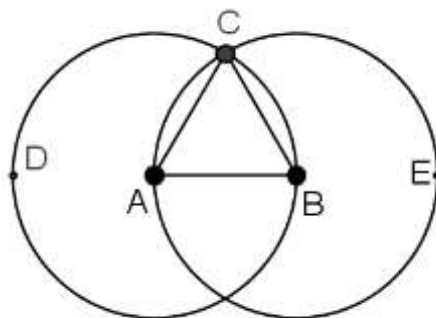


Figura 5. Construção do triângulo equilátero.

Fonte: arquivo pessoal da professora-pesquisadora (2013).

Portanto o triângulo  $ABC$  é equilátero, pois possui os três lados iguais, Figura 5.

## 2.2. Aula 2: Demonstração da Proposição 15 do Livro 1 de Os Elementos de Euclides. Caso duas retas se cortem, os ângulos formados no vértice $E$ são iguais entre si.

O primeiro passo é interceptar as retas  $AB$  e  $CD$  no ponto  $E$ . Para isso, deverão ser criados quatro pontos ( $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ ) com a intenção que sejam vértices de segmentos concorrentes. Em seguida, criam-se os segmentos  $AB$  e  $CD$  que se cortam no ponto  $E$  (usando a ferramenta “interseção de dois objetos”), Figura 6.

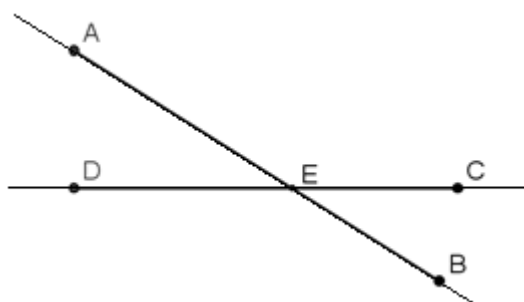


Figura 6. Retas concorrentes com interseção em E.  
 Fonte: arquivo pessoal da professora-pesquisadora (2013).

Dessa maneira, pretende-se mostrar que o ângulo  $AEC$  é igual ao ângulo  $DEB$ , bem como o ângulo  $CEB$  é igual ao ângulo  $AED$ .

Para fazer essa demonstração deverá ser usada a ferramenta “ângulo”. Para criar o ângulo  $A\hat{E}C$ , seleciona-se a ferramenta “ângulo” e, em seguida, clica-se nos pontos C, E e A nessa ordem usando os pontos da direita para a esquerda sempre. Caso comece pelo ponto A, aparecerá o replemento do ângulo desejado.

Observando a Figura 7 na qual estão representadas apenas partes da reta (segmentos), por meio de operações realizadas no GeoGebra, pode-se verificar que a soma dos ângulos  $A\hat{E}C$  e  $A\hat{E}D$ , bem como a soma dos ângulos  $A\hat{E}D$  e  $D\hat{E}B$  também é igual à soma de dois ângulos retos, isto é,  $180^\circ$ .

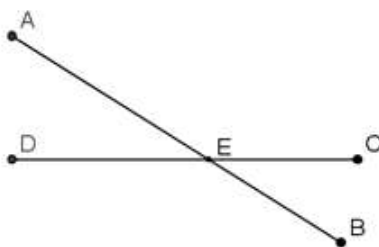


Figura 7. Retas concorrentes com interseção em E.  
 Fonte: arquivo pessoal da professora-pesquisadora (2013).

Assim, tem-se que:

$$I - A\hat{E}C + A\hat{E}D = 180^\circ$$

$$II - A\hat{E}D + D\hat{E}B = 180^\circ$$

Subtraindo a equação II da equação I, tem-se que:

$$A\hat{E}C - D\hat{E}B = 0$$

Logo, tem-se que  $A\hat{E}C = D\hat{E}B$ . Pelo mesmo raciocínio, tem-se que  $A\hat{E}D = C\hat{E}B$ . A partir dessa demonstração é interessante que sejam feitas duas retas paralelas cortadas por uma transversal no GeoGebra e a análise dos oito ângulos que surgem nas duas interseções.

**2.3. Aula 3: Demonstração da Proposição 16 do Livro 1 de Os Elementos de Euclides. Ao prolongarmos um dos lados de um triângulo qualquer, o ângulo exterior é maior do que cada um dos interiores e opostos.**

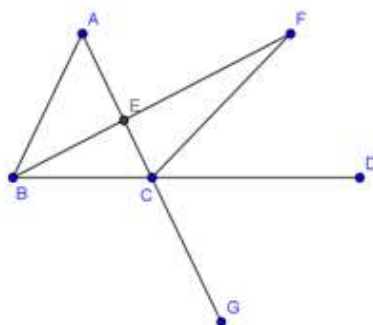


Figura 8. Criação do ângulo exterior de um triângulo.  
 Fonte: arquivo pessoal da professora-pesquisadora (2013).

Cria-se o ponto  $E$  que divide o segmento  $AC$  e  $BF$  em duas partes iguais. O ângulo  $A\hat{E}B$  é igual ao ângulo  $F\hat{E}C$ , pois são opostos pelo vértice, como visto na aula 2, Figura 8.

Uma demonstração da Geometria Plana Euclidiana normalmente usa conclusões de uma ou mais das construções ou demonstrações realizadas anteriormente.

Criam-se primeiro os pontos  $A, B, C, D$  e  $G$ . Em seguida, criam-se os segmentos  $AB, AG$  e  $BD$ . Usa-se, então, a ferramenta “Ponto médio ou centro” para criar o ponto  $E$ . Para criar o ponto  $F$ , usa-se a ferramenta “Segmento de reta dado o seu comprimento a partir de um ponto dado”.

Conclui-se, então, que o triângulo  $AEB$  é congruente ao triângulo  $FEC$ . Logo,  $AB = FC$  e  $E\hat{F}C = E\hat{A}B, B\hat{A}C = B\hat{F}C$ .

O ângulo externo ao triângulo  $ABC$  é o ângulo  $ACD$ , que é maior que o ângulo  $BAC$  e que o ângulo  $ABC$ .

Então, tem-se que:

$$I - A\hat{C}B + B\hat{A}C + A\hat{B}C = 180^\circ$$

$$II - A\hat{C}B + A\hat{C}D = 180^\circ$$

Subtraindo a equação II da I, tem-se que:

$$B\hat{A}C + A\hat{B}C - A\hat{C}D = 0$$

Logo, tem-se o Teorema do Ângulo Externo.

$$A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C$$

Como sugestão, pode ser desenhados todos os ângulos internos e externos do triângulo para melhor visualização da demonstração.

Além disso, pode-se utilizar a ferramenta “Mover”, clicar em um dos vértices do triângulo e, segurando o botão esquerdo do mouse arrastá-lo para outras posições, podendo verificar que o teorema vale para qualquer triângulo.

**2.4. Aula 4: Proposição 27 do Livro 1 de Os Elementos de Euclides. Caso uma reta intercepte duas retas fazendo os ângulos alternos iguais entre si, as retas serão paralelas entre si.**

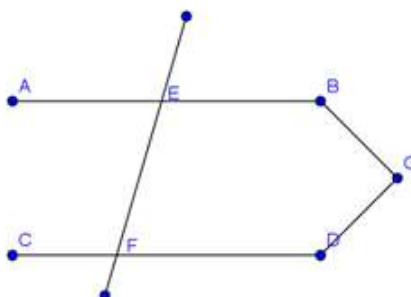


Figura 9. Retas paralelas cortadas por uma transversal.  
Fonte: arquivo pessoal da professora-pesquisadora (2013).

Sendo os ângulos  $AEF$  e  $EFD$  alternos iguais entre si, então se tem que  $AB \parallel CD$ , pois caso essas retas não fossem paralelas, ao serem prolongadas se encontrariam em algum ponto, como, por exemplo, o ponto  $G$ .

Para a construção da Figura 9, criam-se primeiro os pontos e depois os segmentos. Nesse caso, o  $\hat{A}EF$ , exterior ao triângulo  $GEF$  é igual ao  $\hat{E}FG$ , o que é impossível ocorrer de acordo com a demonstração da aula 3.

Conclui-se, portanto, que quando os ângulos alternos internos são iguais, as retas cortadas pela transversal são paralelas.

Uma sugestão é que sejam construídos todos os ângulos dessa figura para a verificação das congruências. Essa demonstração pode ser usada para o estudo de “ângulos formados quando uma reta transversal corta duas paralelas”.

### 2.5. Proposição de atividades para facilitar o desenvolvimento de determinados conteúdos geométricos.

Nesse momento são apresentadas algumas atividades relacionadas com a construção de triângulos, ângulos opostos pelo vértice, teorema do ângulo externo, e retas paralelas cortadas por uma transversal.

#### 2.5.1. Atividade 1. Construção de uma praça triangular. Utilização dos procedimentos desenvolvidos na aula 1.

Uma determinada praça na cidade de Ouro Preto tem o formato triangular conforme mostra a Figura 10.

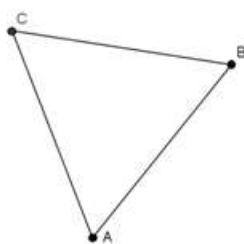


Figura 10. Formato da praça triangular.

Fonte: arquivo pessoal da professora-pesquisadora (2013).

Sabe-se que todos os lados desse triângulo são congruentes. De acordo com essas informações:

- Construa, utilizando o software GeoGebra, um esboço dessa praça.
- Verifique se os ângulos do triângulo são iguais.

**2.5.2. Atividade 2. Determinação de ângulos entre duas avenidas. Utilização dos procedimentos desenvolvidos na aula 2.**

Duas avenidas cortam-se em um ponto P, conforme mostra a Figura 11. Sabendo-se que a soma dos ângulos APC com BPD é igual a  $260^\circ$ , determinar o ângulo APD.

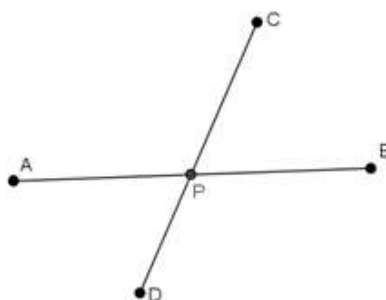


Figura 11. Retas paralelas cortadas por uma transversal.

Fonte: arquivo pessoal da professora-pesquisadora (2013).

**2.5.3. Atividade 3. Retas paralelas cortadas por uma transversal. Utilização dos procedimentos desenvolvidos na aula 4.**

Considerando-se as ruas Rio de Janeiro, São Paulo e Espírito Santo e a Avenida Afonso Pena que ficam em Belo Horizonte, no centro da capital de Minas Gerais, pode-se dizer que estas ruas são paralelas e a Avenida é uma transversal que as corta.

- Faça uma representação da situação acima no software GeoGebra.
- Determine todos os ângulos congruentes e suplementares.

**2.5.4. Atividade 4. A planta de um campo de futebol. Utilização dos procedimentos desenvolvidos nas aulas anteriores.**

Pela segunda vez, em 2014, a Copa do Mundo foi sediada pelo Brasil. Quando se pensa em Copa do Mundo, tem-se o campo de futebol como o palco do espetáculo. Faça uma planta de um campo de futebol utilizando o software GeoGebra, explicitando as figuras geométricas que foram construídas.

**3. Considerações Finais.**

Esse artigo procurou mostrar a utilização do software GeoGebra com relação ao desenvolvimento de construções e demonstrações realizadas por Euclides, além de atividades contextualizadas a respeito dessas proposições. No entanto, pode-se utilizar todas as outras proposições constantes nos 6 primeiros livros do Euclides para estudar os conteúdos da Geometria Plana e elaborar atividades que estejam relacionadas com o interesse, a motivação e a realidade dos alunos. Por outro lado, o emprego da tecnologia de uma maneira planejada com foco na qualidade de atendimento aos alunos e no resultado de aprendizagem torna-se um procedimento pertinente para promover qualidade nos cursos de graduação, pois os processos de comunicação e interação são fatores primordiais da modalidade de ensino a distância, que são mediados por recursos tecnológicos.

No contexto do ensino na modalidade a distância, existe a necessidade de diminuir a distância física e temporal existente entre os alunos, professores e tutores, pois essa separação pode influenciar o ensino e na aprendizagem de conteúdos curriculares. Nessa perspectiva, a distância transacional pode ser considerada como um espaço psicológico e comunicacional que dificulta o desencadeamento do processo educacional. Contudo, por meio da manipulação dos meios de comunicação, é possível ampliar o diálogo entre os alunos, os professores e os tutores para reduzir essa distância. Assim, o sucesso do ensino a distância depende da criação de oportunidades para a realização do diálogo, bem como da elaboração de materiais didáticos, pedagógicos e da utilização de ferramentas tecnológicas adequadamente estruturadas para o ambiente virtual de aprendizagem.

Dessa maneira, a presença da geometria nos fenômenos que ocorrem no cotidiano também deve ser reconhecida, pois existe a necessidade de conectá-la com os acontecimentos da vida diária por meio da utilização de representações geométricas com o emprego do software GeoGebra. Contudo, para que essa conexão seja realizada, é importante a utilização dos instrumentos tecnológicos para mediar as representações geométricas desses fenômenos. Assim, o software GeoGebra para o ensino de conteúdos geométricos pode ser considerado como uma ferramenta tecnológica mediadora da aprendizagem desses conteúdos, que é desencadeada entre os professores, os alunos e os tutores presenciais e a distância no ambiente virtual de aprendizagem AVA.

Conforme a metodologia diferenciada adotada nas aulas e na resolução de questões, os alunos sentiram-se motivados e com autonomia para aprenderem os conteúdos da Geometria Plana de forma prática. Segue a proposta de que esse método seja testado em outras pesquisas devido ao universo de construções e demonstrações que podem ser realizadas com o uso do Software GeoGebra.

#### 4. Referências Bibliográficas.

ALONSO, K. M. A Expansão da EAD no Brasil: reflexos sobre sua institucionalização. In: FIDALGO, F. S. R.; CORRADI, W. J.; LIMA, R. N. S., FAVACHO, A.; ARRUDA, E. P. (Eds.). *Educação a distância: meios, atores e processos*. Belo Horizonte, MG: CAED-UFMG, 2013. pp. 131-142.

BICUDO, I. *Os Elementos*: Euclides. São Paulo, SP: Editora UNESP, 2009.

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática*. Brasília, DF: MEC /SEF, 1998.

BRASIL. *Programa nacional do livro didático: guia de livros didáticos de 5ª a 8ª série*. Brasília, DF: MEC/SEF, 2002.

CENPEC. *Oficinas de matemática e de leitura e escrita*. São Paulo, SP: Summus, 2017.

CRESWELL, J. W. PLANO CLARK, Vick L. *Designing and conducting mixed-methods research*. Thousand Oaks, CA: Sage Publication, 2007.

EVES, H. *Introdução à história da matemática*. Tradução de Higyno H. Domingues. 5 ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FIORENTINI, D. Grupo de sábado: uma história de reflexão, investigação e escrita sobre a prática escolar em matemática. In: FIORENTINI, D.; CRISTÓVÃO, E. M. (Org.). *Histórias e investigação de/em aulas de matemática*. Campinas, SP: Editora Alínea, 2006. p. 13–36.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. *A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados*. In: Anais do IV Congresso RIBIE, 1998.

KEEGAN, D. *The future of learning: from e.learning to m.learning*. Hagen: Fern Universität, Gesamthochschule. 2002.

LORENZATO, S. *Por que não ensinar Geometria?* Educação Matemática em Revista. São Paulo, SP, v. 4, p. 3-13, 1995.

MIRANDA, G. Q. *MEC-UAB: Programa da universidade aberta do Brasil*. Trabalho apresentado no V Simpósio Internacional: O Estado e as Políticas Educacionais no Tempo Presente realizado na Universidade Federal de Uberlândia de 06 a 08 de Dezembro de 2008. Uberlândia, MG: UFU. Disponível em <[www.simpósioestadopoliticas.ufu.br](http://www.simpósioestadopoliticas.ufu.br)>. Acesso em 15 de Setembro de 2013.

MOORE, M., G. The theory of transactional distance. In M. G. MOORE (Ed.). *Handbook of distance education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 2007. pp. 89-105.

MOORE, M.; KEARSLEY, G. *Educação a distância: uma visão integrada*. Tradução Roberto Galman. São Paulo, SP: Thomson Learning, 2007.

MORAIS, R. G. *Geometria dinâmica como alternativa metodológica para o ensino de geometria: experiência em um curso de licenciatura em matemática*. 122 f. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática. Vassouras, RJ: Universidade Severino Sombra, 2012.



NOTARE, M. R. *Um sistema para aprendizagem de demonstrações dedutivas em geometria euclidiana*. 124 f. Dissertação de Mestrado. Porto Alegre, RS: UFRS, 2001.

OLIVEIRA, M. K. *Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento, um processo sócio-histórico*. São Paulo, SP: Editora Scipione, 2002.

PELLI, D. *As contribuições do software geogebra como um mediador do processo de aprendizagem da geometria plana na educação a distância (EAD) em um curso de licenciatura em pedagogia*. 2014. 240 f. Dissertação/Produto Educacional (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Ouro Preto, MG: Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP, 2014.

VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e linguagem*. São Paulo, SP Martins Fontes, 1987.

VYGOTSKY, L. S. *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. São Paulo, SP: Martins, 1989.