

## LÓGICA FUZZY NA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS<sup>1</sup>

FUZZY LOGIC IN THE DIAGNOSTIC ASSESSMENT OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE

TAKAKI, Patrícia<sup>2</sup>; MATIAS, Márcio<sup>3</sup>; GOMES, Hamilton<sup>4</sup>; HONORATO, Matheus<sup>5</sup>; GALDINO, Iuri<sup>5</sup>  
patricia.takaki@unimontes.br;  
{matias,hamilton.vinicius,matheuspaixahonorato,patrickssouza372}@gmail.com

**Grupo Temático 3. Políticas e gestão por meio de/para o uso de TDIC**

**Subgrupo 3.3 Planejamento e execução de projetos educacionais com uso de TDIC**

**Resumo:** Este trabalho está inserido na temática da Inteligência Artificial Aplicada à Educação ao utilizar a lógica fuzzy em um contexto educacional. Objetivou-se diagnosticar os conhecimentos matemáticos de alunos ingressantes em dois cursos superiores de uma instituição de ensino superior pública. A modelagem do sistema proposto considerou a perspectiva da avaliação diagnóstica, a Matriz de Referência do ENEM e a Teoria de Resposta ao Item. As entradas foram o desempenho do aluno num teste com vinte e uma questões objetivas elaboradas por um especialista em educação matemática e dois parâmetros estimados pela TRI (probabilidade do acerto casual e grau de complexidade da questão) para estas questões. O sistema foi desenvolvido em JAVA com a biblioteca jFuzzyLogic. Cinquenta e quatro alunos realizaram o teste. Os resultados obtidos foram avaliados pelo especialista e comparados com os escores brutos. Eles demonstraram que o modelo elaborado foi capaz de inferir adequadamente os diferentes estados cognitivos dos alunos no momento da avaliação diagnóstica com maior precisão. Isso permite que decisões pedagógicas sejam tomadas levando-se em consideração informações mais detalhadas do aluno, não capturadas pelos escores brutos de acertos e erros.

**Palavras-chave:** Lógica Fuzzy. Avaliação diagnóstica. Teoria de resposta ao item. Inteligência Computacional. Conhecimentos matemáticos.

**Abstract:** This work is inserted in the theme of Artificial Intelligence Applied to Education when using fuzzy logic in an educational context. The objective was to diagnose the mathematical knowledge of students entering two higher education courses at a public higher education institution. The modeling of the proposed system considered the perspective of the diagnostic evaluation, the Reference Matrix of the ENEM and the Item Response Theory. The entries were the student's performance in a test with 21 objective questions prepared by a specialist in mathematical education and two parameters estimated by the TRI (probability of the casual answer and degree of complexity of the question) for these questions.

<sup>1</sup> Trabalho desenvolvido com apoio financeiro da FAPEMIG.

<sup>2</sup> Departamento de Ciências da Computação – Universidade Estadual de Montes Claros (UNIMONTES).

<sup>3</sup> Departamento de Ciência da Informação – Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

<sup>4</sup> Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional e Sistemas (PPGMCS) – Universidade Estadual de Montes Claros (UNIMONTES)

<sup>5</sup> Curso de Sistemas de Informação – Universidade Estadual de Montes Claros (UNIMONTES)

*The system was developed in JAVA with the jFuzzyLogic library. 54 students took the test. The results obtained were evaluated by the specialist and compared with the raw scores. They demonstrated that the model developed was able to adequately infer the different cognitive states of students at the time of diagnostic evaluation with greater precision. This allows pedagogical decisions to be made taking into account more detailed information from the student, not captured by the raw scores of hits and misses.*

**Keywords:** *Fuzzy logic. Diagnostic assessment. Item response theory. Computational intelligence. Mathematical Knowledge.*

## 1. Introdução

As crescentes transformações de base tecnológica, aliadas às mudanças na educação global, têm provocado uma inquietação constante na interface entre a educação e a computação.

Avanços nos campos educacional e computacional são necessários e estratégicos para o desenvolvimento de organizações e nações do mundo moderno (CASTELLS, 1998). A interseção entre estas duas importantes áreas do conhecimento, computação e educação, tem gerado resultados relevantes sob vários aspectos, especialmente nos âmbitos educacional, social, econômico e científico.

Um importante requisito para a validade das proposições no campo da informática na educação é a utilização de modelos computacionais eficientes e apropriados para a aplicação desejada, sempre baseados em evidências (BITTENCOURT; ISOTANI, 2018). Para tanto, um devido embasamento teórico-metodológico se faz necessário, com destaque para uma fundamentação epistemológica, pedagógica e computacional de qualidade, que deve ser priorizada.

As possibilidades de modernização no campo educacional têm assumido uma posição de destaque na pesquisa recente, especialmente potencializadas pelas técnicas da Inteligência Computacional (IC). Isso se deve, em grande parte, à natureza flexível e intuitiva das soluções da IC, que se revelam apropriadas quando aplicadas às demandas informacionais presentes no processo de ensino-aprendizagem.

Redes neurais artificiais (RNA), algoritmos genéticos (AG) e lógica fuzzy (LF), são exemplos de técnicas da inteligência computacional que buscam explorar a tolerância à imprecisão, à incompletude e à incerteza (HAYKIN, 2001). Estas características são especialmente verificadas nos contextos educacionais, onde a subjetividade desempenha papel importante.

A avaliação de desempenho educacional, seja ela de produtos, de processos ou de pessoas, é um exemplo de cenário onde os aspectos subjetivos não só estão presentes, como também devem ser considerados de forma sistemática. A avaliação de conhecimentos é um exemplo do desafio educacional que justifica estudos e pesquisas inter e multidisciplinares historicamente, dada a sua inerente complexidade, para além da relevância.

O presente trabalho está inserido na temática da Inteligência Artificial Aplicada à Educação (AIED) ao utilizar a lógica fuzzy para resolver o problema de diagnosticar os estados cognitivos de conteúdos matemáticos de alunos ingressantes de cursos superiores da área de ciências exatas de uma instituição de ensino superior (IES) pública.

A modelagem do sistema proposto, intitulado MathFuzzy, considerou a perspectiva da avaliação diagnóstica e utilizou, como entradas, parâmetros estimados pela Teoria de Resposta ao Item (TRI) dos itens elaborados por um especialista em educação matemática e respondidos por alunos ingressantes dos Cursos de Sistemas de Informação e Engenharia de Sistemas da IES em questão. Os conteúdos das questões tiveram por base a Matriz de Referência de “Matemática e suas Tecnologias” (INEP, 2019) utilizada pelo Ministério da Educação como referência para a organização do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio).

Os 54 (cinquenta e quatro) alunos realizaram um teste configurado no Google Formulários contendo 21 (vinte e uma) questões objetivas, com quatro alternativas cada, sendo 3 (três) questões para cada uma das 7 (sete) competências de área definidas para a Matemática.

Estas questões tiveram os parâmetros índice de discriminação, complexidade e probabilidade do acerto casual estimados pela TRI previamente. O sistema, desenvolvido em Java, com a biblioteca jFuzzyLogic, utilizou como entradas o desempenho do aluno na questão, representado pelo erro ou acerto, e os parâmetros estimados para a probabilidade de acerto casual e para a complexidade da questão analisada. Agrupando-se três resultados, tem-se a média aritmética dos estados cognitivo do aluno para cada uma das sete competências de área da matemática.

Os resultados obtidos pelo MathFuzzy foram avaliados pelo especialista em educação matemática e demonstraram que o modelo elaborado foi capaz de inferir adequadamente os diferentes estados cognitivos nos quais os alunos se encontravam no momento da avaliação diagnóstica com maior precisão. Isso permite que decisões pedagógicas sejam tomadas levando-se em consideração tais diferenças, não capturadas pelo tratamento tradicional da educação que leva em consideração os escores brutos de acertos e erros.

Este artigo está organizado como segue: esta primeira seção apresentou o tema, o problema, os objetivos, a justificativa e a metodologia. A seção 2 reúne a fundamentação teórica que embasa a pesquisa. A seção 3 registra o percurso metodológico adotado neste trabalho, cujos resultados e discussões são apresentados na seção 4. Por fim, a seção 5 apresenta as considerações finais deste trabalho, suas limitações e trabalhos futuros, seguidas pelas referências utilizadas.

## 2. Referencial teórico

A sociedade da informação tem demandado da educação abordagens ainda mais perpassadas por ciência e tecnologia (LÉVY, 1999). Soluções computacionais são continuamente pesquisadas e desenvolvidas desde as primeiras formulações epistemológicas de Papert (1967), passando pelo uso do LOGO nas escolas com sua proposta de

construcionismo (PAPERT, 1985), até a disseminação do uso da informática na educação (PAPERT, 1993).

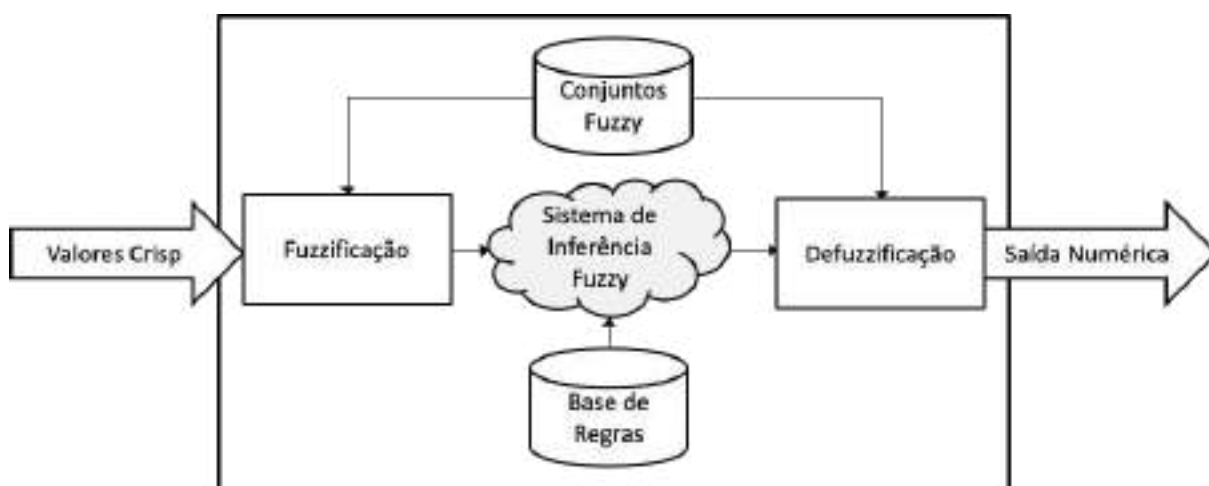
Pesquisar sobre o uso de tecnologia em contextos educacionais pressupõe a busca pela necessária fundamentação teórica em referenciais nas áreas da computação e da educação, com destaque para importantes trabalhos correlatos. Esta seção apresenta os fundamentos da lógica fuzzy, da avaliação diagnóstica, da teoria de resposta ao item (TRI) e da matriz de referência do ENEM. Estes referenciais foram necessários para a modelagem e o desenvolvimento do sistema proposto, e são a seguir apresentados.

## 2.1 Lógica Fuzzy

A teoria dos conjuntos fuzzy (ZADEH, 1965) modifica a noção básica de pertinência de um elemento a um conjunto clássico, permitindo que um elemento pertença a um conjunto fuzzy com certo grau, sendo este grau obtido por uma função de pertinência que varia no intervalo  $[0,1]$ .

A lógica fuzzy (ZADEH, 1988) tem por objetivo principal fazer com que as decisões tomadas pela máquina se aproximem cada vez mais das decisões humanas, de representação simbólica (linguística).

Um sistema de inferência fuzzy faz uso de elementos como variáveis linguísticas (de entrada e de saída), conjuntos fuzzy (e suas funções de pertinência), sistema de inferência e base de regras (HAYKIN, 2001). Por meio destes elementos, tal sistema é capaz de manipular valores vagos, imprecisos ou incompletos, o que sugere sua adequação para o uso em ambientes como os educacionais. A Figura 1 ilustra o modelo padrão de um sistema fuzzy.



**Figura 1:** Elementos que integram um sistema de inferência fuzzy.

Fonte: Takaki; Honorato; Galdino (2019).

As bases de regras dos sistemas fuzzy são formadas por sentenças do tipo “**se - então**” e, para compô-las, são realizadas diversas entrevistas com especialistas da área envolvida com o objetivo de transformar o conhecimento tácito desses profissionais em regras de inferência

explícitas. Esta forma de modelar o processo decisório de um sistema se assemelha ao raciocínio aproximado próprio dos seres humanos

As variáveis linguísticas armazenam conceitos que correspondem a mapeamentos de valores numéricos para valores linguísticos como “excelente”, “bom” e “ruim” ou “quente”, “morno” e “frio”. Para tanto, a teoria utiliza as chamadas funções de pertinência para realizar estes mapeamentos entre valores *crisp* (numéricos) e valores linguísticos, num processo intitulado “fuzzificação” das entradas de dados em conjuntos fuzzy (CINGOLANI; ALCALÁ-FDEZ, 2013).

O processo de inferência define a situação da variável de saída que irá corresponder a determinado vetor de entrada de dados submetido às proposições fuzzy presentes na base de regras. O método de inferência mais utilizado é o MIN-MAX, que opera o interior das regras com o conectivo “e” (função MIN) e aplica o conectivo “ou” (função MAX) sobre o conjunto fuzzy de saída, devidamente ponderado e agregado. Este modelo é conhecido como “Mamdani” (MAMDANI, 1974). Outros modelos conhecidos incluem Takagi e Sugeno, Larsen e Tsukamoto.

Tendo em vista que as variáveis de entrada foram “fuzzificadas” e manuseadas, é preciso realizar a “defuzzificação” na(s) variável(is) de saída, que pode ser feita usando-se o método dos máximos, o da média dos máximos ou o método centroide (centro de gravidade), sendo este último o mais utilizado (CINGOLANI; ALCALÁ-FDEZ, 2013).

## **2.2. Teoria de Resposta ao Item (TRI)**

A Teoria de Resposta ao Item (TRI) teve seu surgimento em meados dos anos 50 com uma abordagem proposta por psicometristas considerando as limitações da Teoria Clássica das Medidas (TCM) (GOMES, 2016).

A TRI visa mensurar propriedades psicológicas de um indivíduo, partindo da suposição de que existe um traço latente sobre alguma característica deste indivíduo avaliado. É uma forma de avaliação indireta capaz de mensurar habilidades ou características de indivíduos em diferentes provas, independentemente da prova (INEP, 2019). Exemplos de utilização incluem o nível de dependência de drogas, o quanto um indivíduo sabe de matemática ou o grau de satisfação sobre o consumo de determinado produto do mercado.

A teoria da resposta ao item (TRI), metodologia de avaliação usada no Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), considera o item como a unidade básica de análise e o qualifica de acordo com 3 critérios, não se restringindo apenas a certo ou errado. Os critérios usados nessa metodologia são o índice de discriminação (grau com que o item diferencia pessoas com níveis distintos de proficiências); o grau de dificuldade do item e a probabilidade de acerto casual (chute).

Essas características permitem estimar a habilidade de um candidato avaliado e garantir que essas habilidades, medidas a partir de um conjunto de itens, sejam comparadas com outro conjunto na mesma escala, ainda que eles não sejam os mesmos e que haja quantidades diferentes de itens usados para o cálculo.

A TRI implica que um candidato com certo nível de proficiência tende a acertar os itens de nível de dificuldade menor que o de sua proficiência e errar aqueles com nível de dificuldade maior, dessa forma o padrão de resposta do participante é levando em conta no cálculo do desempenho. Dentre as vantagens da TRI está a possibilidade de elaboração de provas diferentes para o mesmo exame.

A TRI foi utilizada no Brasil, pela primeira vez, na análise de dados do Sistema Nacional de Ensino Básico (SAEB) no ano de 1995, sendo, posteriormente, utilizada no ENCCEJA, na Prova Brasil e no Exame Nacional Do Ensino Médio (ENEM), que é a avaliação em massa que tem a maior participação de estudantes no Brasil (GOMES, 2016). Outros testes padronizados internacionais que utilizam a TRI incluem o TOEFL (*Test of English as a Foreign Language*) e o SAT (*Scholastic Aptitude Test* ou *Scholastic Assessment Test*).

### **2.3 Avaliação de Conhecimentos**

A avaliação de conhecimentos dos estudantes é um processo que deve determinar os níveis de desempenho dos estudantes em relação aos objetivos educacionais, fornecendo um retorno sobre o trabalho docente realizado (GOMES, 2016).

Um sistema de avaliação de alta qualidade fornece bases para o aprimoramento individual de alunos e professores e garante que todos os alunos recebam notas justas, para não limitar suas oportunidades presentes e futuras. Assim, o sistema deve ser regularmente revisto e melhorado para garantir que é preciso, justo e benéfico para todos os alunos (SALEH; KIM, 2009).

Segundo Piletti (1987), a avaliação visa interpretar os conhecimentos, habilidades e atitudes dos alunos com vistas a decidir sobre alternativas do planejamento do docente e da escola como um todo. Para Libâneo (1991), a avaliação é uma tarefa didática essencial para o trabalho docente, fornecendo dados quantitativos que devem ser apreciados qualitativamente. Complementando, Haydt (2002) defende que avaliar é fazer apreciação de alguém ou alguma coisa tendo como base uma escala de valores.

Entretanto, em determinadas situações, a avaliação tem sido utilizada mais como instrumento de poder pelo avaliador do que como meio de auxiliar o aluno em seu percurso de aprendizagem (LEITE; KAGER, 2009). Isso tem levado a um questionamento sobre a real capacidade de modelos desse tipo serem capazes de estimar a habilidade desenvolvida no aluno em determinada disciplina.

#### **2.3.1 Avaliação Diagnóstica**

Segundo Haydt (2002) a avaliação de conhecimentos pode ser dividida em três funções didático-pedagógicas diferentes e que se relacionam, sendo elas: a formativa, a somativa e a diagnóstica.

A avaliação formativa é um processo contínuo de avaliação que auxilia no desenvolvimento e acompanhamento da aprendizagem, possibilitando o reajuste constante da metodologia de ensino com vistas à aprendizagem do aluno. A avaliação somativa tem caráter classificatório e é usada para verificar se os estudantes obtiveram o nível de aprendizagem preestabelecido numericamente (BLOOM *et al.*, 1983).

A avaliação diagnóstica identifica o nível de conhecimento dos alunos em uma área específica num determinado momento, além das particularidades individuais e coletivas dos estudantes (HAYDT, 2002). Assim, a função diagnóstica pode ser usada ao iniciar uma disciplina ou curso, para se ter um panorama dos conhecimentos, habilidades e condutas que as novas aprendizagens requerem, além disso ela pode verificar possíveis problemas de aprendizagem e suas causas. Ela é necessária na perspectiva de avaliação formativa posto que pode fornecer informações para planejamento do percurso cognitivo a ser proposto, favorecendo a aprendizagem do aluno e, por conseguinte, seu resultado na perspectiva da avaliação somativa também.

#### **2.4 Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias do ENEM**

A Matriz de Referência do INEP (2019) é um documento do Ministério da Educação do Governo Brasileiro que sistematiza um conjunto de descritores que apresentam as habilidades esperadas dos estudantes em diferentes etapas de escolarização e que podem ser estimadas em testes padronizados de desempenho.

A matriz de referência da “Matemática e suas Tecnologias” proposta pelo INEP (2019) conta com sete competências de área da matemática. Estas sete competências são detalhadas em 30 (trinta) habilidades, com especificidades e atitudes desejadas a cada competência.

A matriz de referência do INEP (2019) congrega outras três matrizes de referência, são elas: Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Ciências Humanas e suas Tecnologias. São também definidas todas as habilidades para cada competência de área de cada matriz de referência, bem como seus objetos de conhecimento associados. Com isso, todo o ENEM é organizado anualmente para ingresso em instituições de ensino superior brasileiras.

#### **2.5 Trabalhos correlatos**

Diversos artigos têm sido publicados com resultados interessantes e relevantes da aplicação da lógica fuzzy (LF) em contextos educacionais. São modelos e sistemas de inferência para atender às necessidades educacionais, tanto do ponto de vista da gestão educacional quanto da aprendizagem propriamente dita. A pesquisa recente tem demonstrado a versatilidade desta abordagem sob vários aspectos.

Kwok, Ma, Vogel e Zhou (2001) desenvolveram e aplicaram uma abordagem fuzzy para avaliação colaborativa, modelada como um problema de tomada de decisão de múltiplos atributos (MADM – *Multiple Attribute Decision Making*) com múltiplos colaboradores, em um contexto de aprendizagem baseada em problemas (PBL) e utilizando um sistema online de suporte a grupos de estudantes.

Costa, Harb, Brito e Favero (2006) desenvolveram uma ferramenta que utiliza a lógica fuzzy para gerar uma nota global de cada estudante considerando as atividades realizadas e seus respectivos graus de dificuldade, percentual de acertos e tempo utilizado. O objetivo foi proporcionar ao professor informações personalizadas do desempenho tanto do estudante quanto da turma num ambiente virtual de educação a distância.

Wilges, Mateus, Nassar e Bastos (2010) implementaram uma comunidade de agentes (Sistema Multiagente – SMA) que utiliza lógica fuzzy para determinar o perfil de aprendizagem dos estudantes por meio dos seus desempenhos. Ao levar em consideração os desempenhos demonstrados pelos alunos nos aspectos práticos e teóricos, a pesquisa teve o objetivo de criar um modelo de adaptação para Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA).

Arias *et al.* (2012) aplicaram uma metodologia para avaliação multidimensional de desempenho baseada na lógica fuzzy contemplando três critérios: a dificuldade, a importância e a complexidade das questões para ambientes de ensino mediados por computador.

Voskoglou (2013) desenvolveu um modelo fuzzy para avaliar estudantes, ou grupos de estudantes, quanto aos seus conhecimentos sobre determinado assunto e suas habilidades de raciocínio análogo.

Chai, Tay e Lim (2015) desenvolveram uma metodologia de avaliação por pares em ambientes de aprendizagem cooperativa utilizando lógica fuzzy em que obtiveram índices de desempenho que refletem as efetivas contribuições de cada estudante em seus grupos de trabalho partindo do conceito de computação perceptiva.

Sheeba e Krishnan (2018) desenvolveram um perfil dinâmico inteligente, baseado em ontologia do estudante, que utiliza dados estáticos e dinâmicos do ambiente virtual de aprendizagem e do sistema acadêmico utilizado na instituição, para a recuperação semântica de seu perfil utilizando lógica fuzzy e algoritmo de árvore de decisão baseado em estilos de aprendizagem.

Os trabalhos de Piccard (2006) e Woolf *et al.* (2009) na área da computação afetiva, com os Sistemas Tutores Inteligentes (STI), combinam diferentes técnicas da aprendizagem de máquina para reconhecer o estado afetivo do aluno, realizar intervenções pedagógicas e oferecer agentes animados baseados em emoções.

Em Vicari (2019) é apresentado um panorama, no Brasil e do mundo, deste campo do conhecimento, ilustrado por soluções e tendências da aplicação da Inteligência Artificial na Educação.

### 3. Metodologia

A presente pesquisa é classificada, quanto à sua abordagem, como pesquisa qualitativa, quanto à sua natureza como pesquisa aplicada e quanto aos seus objetivos como pesquisa exploratória e descritiva. Foram utilizados os seguintes procedimentos técnicos:

- pesquisa bibliográfica e
- pesquisa experimental, por meio das seguintes etapas:
  - entrevistas com especialistas em educação matemática,
  - modelagem do sistema de inferência (entradas, saídas, conjuntos fuzzy, funções de pertinência, base de regras etc.)
  - codificação do sistema com a linguagem Java (biblioteca *JFuzzyLogic*),
  - coleta dos dados junto aos alunos,
  - execução do sistema para obtenção dos resultados e



- análises e discussão dos resultados.

## 4. Resultados e discussão

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos pelas etapas delineadas na metodologia desta pesquisa. Logo após, estes resultados são analisados.

### 4.1. Coleta de Dados

Para a coleta de dados foi desenvolvido um questionário online, composto de 21 (vinte e uma) questões objetivas, com quatro alternativas cada e divididas igualmente nas sete competências de área definidas para a Matemática, resultando em três questões (itens) para cada competência de área.

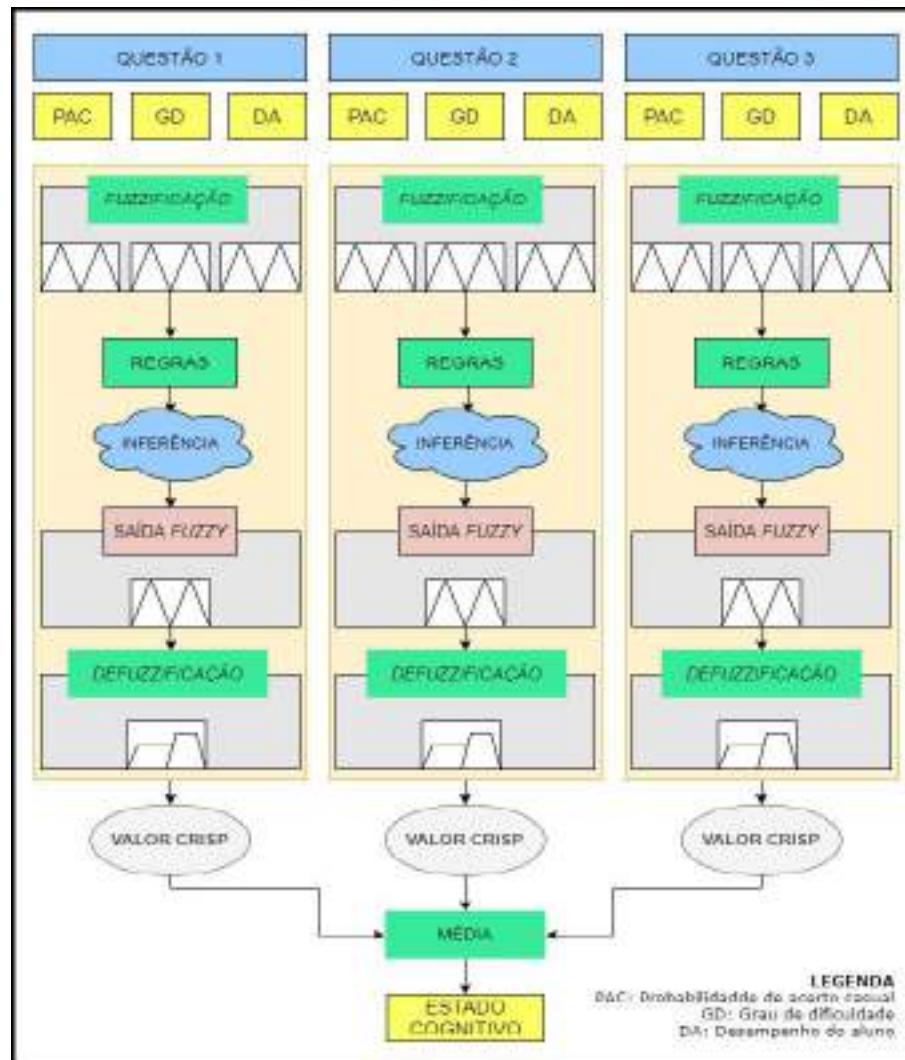
As questões utilizadas nesta avaliação diagnóstica foram elaboradas por um especialista em educação matemática e previamente submetidas ao processo de estimação dos parâmetros de probabilidade de acerto casual, de índice de discriminação e de grau de dificuldade utilizando-se o modelo logístico de três parâmetros da Teoria de Resposta ao Item (TRI) (GOMES, 2016).

54 (cinquenta e quatro) ingressantes dos Cursos de Sistemas de Informação e Engenharia de Sistemas da IES escolhida realizaram o teste. Assim, tem-se os dados de entrada necessários para a modelagem e o desenvolvimento do sistema de inferência MathFuzzy.

### 4.2. Modelagem e desenvolvimento do sistema de inferência MathFuzzy

O sistema foi modelado com a ajuda de um especialista em educação matemática. Foram definidas como entradas (1) a probabilidade do acerto casual da questão, (2) o grau de dificuldade da questão, ambos estimados por meio da TRI, e, por fim, (3) o desempenho do aluno (resposta certa ou errada) na questão.

As saídas do sistema fuzzy obtidas são utilizadas no cálculo da média aritmética dos resultados para as três questões que compõem uma mesma competência de área. Assim, tem-se o estado cognitivo do aluno para determinada competência de área da matemática. A Figura 2 ilustra o modelo do sistema:



**Figura 2:** Modelagem do sistema de inferência MathFuzzy.

Fonte: própria (2020).

Com o auxílio do especialista, e com base em estatísticas descritivas dos dados obtidos, foram parametrizadas as funções de pertinência (triangular, trapezoidal e gaussiana) para as variáveis de entrada e saída do sistema fuzzy.

A codificação do sistema observou o padrão FCL (*Fuzzy Control Language*), definido no âmbito da norma IEC 61131 - parte 7, de responsabilidade da *International Electrotechnical Commission* (CINGOLANI; ALCALÁ-FDEZ, 2013).

Na implementação do sistema foi utilizada a biblioteca *jfuzzylogic*, que utiliza o padrão FCL citado. Nele define-se, em um arquivo com extensão *.fcl*, as especificações do sistema fuzzy para que a biblioteca possa implementá-lo.

A inicialização do sistema, com as declarações das variáveis de entrada e saída são apresentadas no Código 1:

```
FUNCTION_BLOCK mathfuzzy
// Definição das variáveis de entrada e saída
VAR_INPUT
    grau_dificuldade: REAL;
    prob_acerto_casual: REAL;
    desempenho_aluno: REAL;
END_VAR
VAR_OUTPUT
    estado_cognitivo: REAL;
END_VAR
```

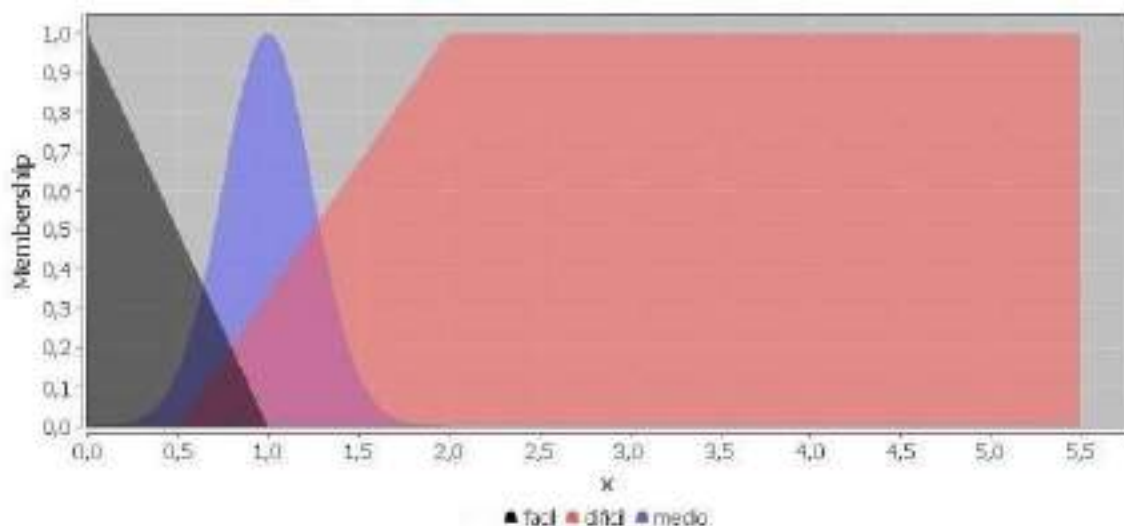
**Código 1:** Inicialização do sistema e declarações das variáveis de entrada e saída.  
Fonte: própria (2020).

A variável de entrada grau de dificuldade da questão foi definida pelo Código 2:

```
FUZZIFY grau_dificuldade
    TERM facil := (0,0) (0,1) (1,0);
    TERM medio := gauss 1 0.25;
    TERM dificil := (0.5,0) (2,1) (5.5,1) (5.5,0);
END_FUZZIFY
```

**Código 2:** Fuzzificação da variável de entrada grau de dificuldade da questão.  
Fonte: própria (2020).

A Figura 3 representa, de forma gráfica, a variável de entrada grau de dificuldade da questão.



**Figura 3:** Modelagem da variável de entrada “grau de dificuldade da questão”.  
Fonte: própria (2020).

Nesta variável de entrada, foi utilizada uma função triangular para o conjunto fuzzy “fácil”, uma função gaussiana para o conjunto fuzzy “médio” e uma função trapezoidal para o conjunto “difícil”.

Igualmente, as variáveis de entrada probabilidade de acerto casual da questão e desempenho do aluno na questão foram definidas pelos Códigos 3 e 4, a seguir:

```

FUZZIFY prob_acerto_casual
  TERM baixa := (0,0) (0,1) (0,1,0);
  TERM media := gauss 0,1 0,025;
  TERM alta := (0,1,0) (0,32,1) (0,32,0);
END_FUZZIFY
    
```

**Código 3:** Fuzzificação da variável de entrada probabilidade de acerto casual.

Fonte: própria (2020).

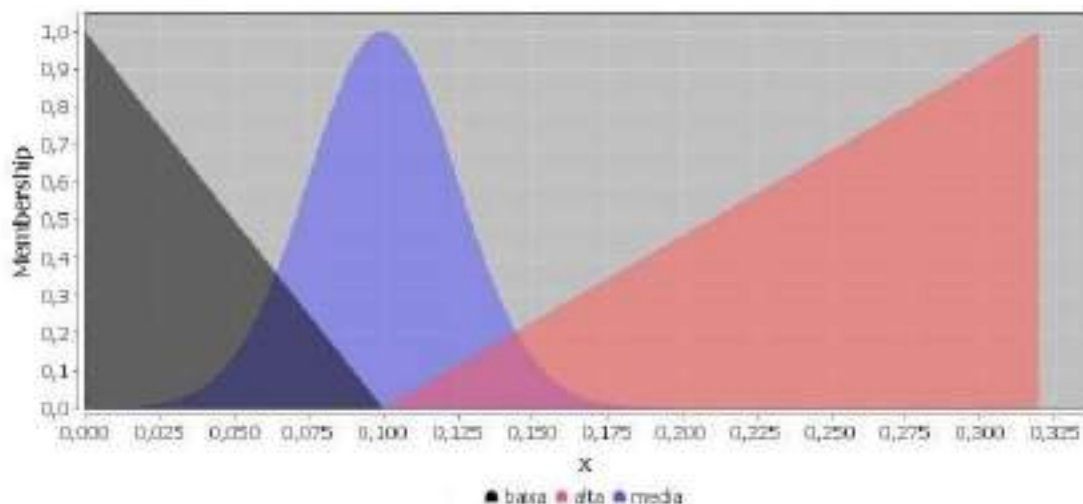
```

FUZZIFY desempenho_aluno
  TERM errou := (0,1) (1,0);
  TERM acertou := (0,0) (1,1);
END_FUZZIFY
    
```

**Código 4:** Fuzzificação da variável de entrada desempenho do aluno.

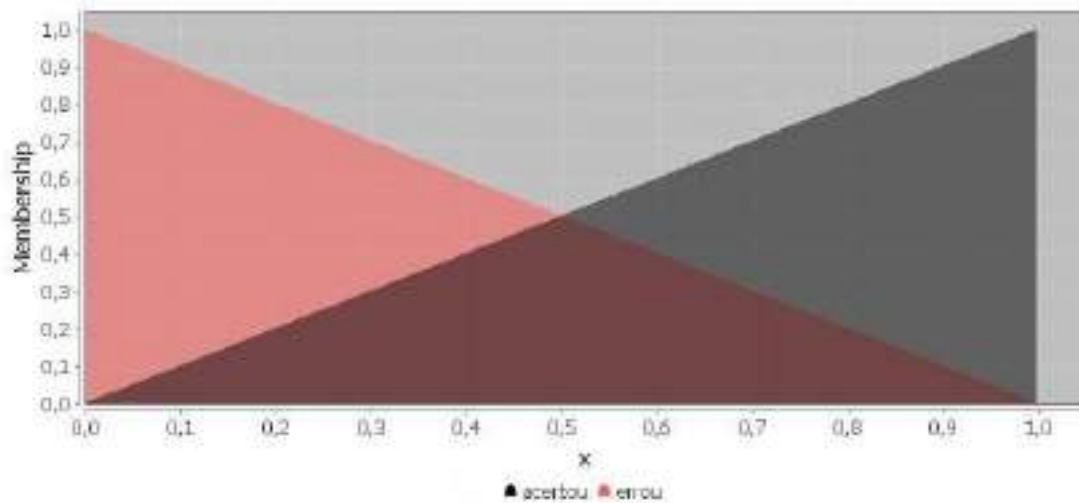
Fonte: própria (2020).

As Figuras 4 e 5 representam, respectivamente, as variáveis de entrada probabilidade de acerto casual da questão e desempenho do aluno na questão.



**Figura 4:** Modelagem da variável de entrada “Probabilidade de acerto casual da questão”.

Fonte: própria (2020).



**Figura 5:** Modelagem da variável de entrada “Desempenho do aluno na questão”.

Fonte: própria (2020).

Esses valores de entrada são convertidos em variáveis fuzzy, e em seguida, estas variáveis são submetidas ao processamento da base de regras. A base de regras foi desenvolvida com o auxílio do mesmo especialista em educação matemática que elaborou os itens e consiste de 18 (dezoito) regras. Por restrições de espaço, o código 5 apresenta parte da base de regras:

```

RULEBLOCK No1
  AND: MIN;
  ACT: MIN;
  ACCU: MAX;
  RULE 1: IF grau_dificuldade IS facil AND prob_acerto_casual IS
  baixa AND desempenho_aluno IS errou THEN estado_cognitivo IS
  fraco;
  RULE 2: IF grau_dificuldade IS facil AND prob_acerto_casual IS
  baixa AND desempenho_aluno IS acertou THEN estado_cognitivo IS
  bom;
  (...)
  RULE 16: IF grau_dificuldade IS dificil AND prob_acerto_casual
  IS media AND desempenho_aluno IS acertou THEN estado_cognitivo
  IS excelente;
  RULE 17: IF grau_dificuldade IS dificil AND prob_acerto_casual
  IS alta AND desempenho_aluno IS errou THEN estado_cognitivo IS
  regular;
  RULE 18: IF grau_dificuldade IS dificil AND prob_acerto_casual
  IS alta AND desempenho_aluno IS acertou THEN estado_cognitivo
  IS bom;

END RULEBLOCK
END_FUNCTION_BLOCK
    
```

**Código 5:** Fragmento da codificação da base de regras e término do arquivo .fcl.

Fonte: própria (2020).

A defuzzificação da variável de saída estado cognitivo está no Código 6:

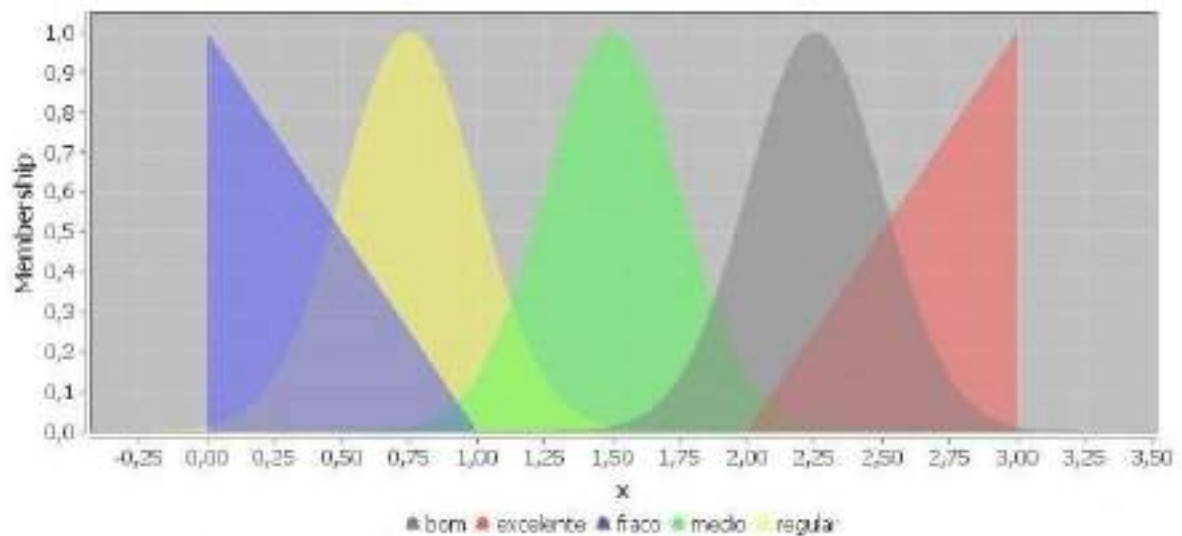
```

DEFUZZIFY estado_cognitivo
  TERM fraco := (0,0) (0,1) (1,0);
  TERM regular := gauss 0.75 0.25;
  TERM medio := gauss 1.5 0.25;
  TERM bom := gauss 2.25 0.25;
  TERM excelente := (2,0) (3,1) (3,0);
  METHOD : COG;
  DEFAULT := 0;
END DEFUZZIFY
  
```

**Código 6:** Defuzzificação da variável de saída estado cognitivo.

Fonte: própria (2020).

A figura a seguir é uma representação gráfica das funções de pertinência referentes a variável de saída estado cognitivo do aluno.



**Figura 5:** Modelagem da variável de saída “Estado cognitivo do aluno”.

Fonte: própria (2020)

A Tabela 1 apresenta os resultados fuzzy e convencional e as questões que cada aluno acertou. Devido às restrições de espaço limitou-se a exibir os dados de seis alunos (id 1 a 6) e apenas da competência de área 1. Os padrões aqui demonstrados ocorrem para os demais alunos e nas demais competências de área.

**Tabela 1:** Comparativo de resultados do sistema fuzzy e do sistema convencional de 6 alunos avaliando-se a competência de área 1.

Identificador do aluno	Resultado fuzzy	Resultado convencional	Questões acertadas
1	0,89	1	Q3
2	0,49	0	-
3	1,12	1	Q2
4	1,52	2	Q1 e Q3
5	1,74	2	Q1 e Q2
6	0,49	0	-

Fonte: própria (2020).

### ***Discussão dos resultados***

Analisando os resultados percebe-se que alunos com a mesma quantidade de acertos na competência de área 1 podem apresentar resultados diferentes pela avaliação fuzzy. Isso acontece, por exemplo, com os alunos 1 e 3 que, embora tivessem obtido o mesmo resultado no sistema convencional, pois acertaram uma de três questões (Q3 e Q2, respectivamente), obtiveram resultados fuzzy diferentes: 0,89 e 1,12. O mesmo acontece com os alunos 4 e 5.

Tendo em vista que as questões têm graus de complexidade e probabilidades de acertos casuais diferentes, e que as entradas e a saída do sistema são manuseadas como variáveis linguísticas por uma base de regras que as combinam segundo o raciocínio aproximado do especialista, conclui-se que o resultado do sistema fuzzy modelado incorpora subjetividades inerentes à avaliação diagnóstica que estão presentes no especialista conforme sugere a literatura.

As saídas obtidas pelo sistema fuzzy disponibilizaram um conjunto de resultados considerados mais abrangentes que os escores brutos. Tais resultados levam em consideração outros fatores além do acerto ou erro em cada questão para a obtenção do resultado. Neste estudo os fatores foram grau de dificuldade da questão e a probabilidade de acerto casual, parâmetros estimados pela TRI, e o desempenho do aluno na questão.

Pelo fato de utilizar funções matemáticas para modelar o domínio das variáveis envolvidas, o sistema pôde capturar nuances não alcançadas pela avaliação convencional, possibilitando assim uma avaliação mais assertiva e contribuindo para a avaliação diagnóstica.

## 5. Considerações finais

Aplicações educacionais que incorporam soluções computacionais inspiradas em modelos biológicos têm atraído a atenção da comunidade científica global, com resultados relevantes em vasta literatura e brevemente apresentados neste trabalho.

Segundo a teoria clássica de conjuntos, um elemento pertence ou não a um dado conjunto, não havendo valor intermediário de pertinência. Entretanto, no contexto educacional, tal conceito nem sempre pode ser aplicado, pois os limites que separam um conjunto de outro podem não ser precisamente definidos.

A lógica fuzzy, técnica da inteligência computacional baseada na teoria dos conjuntos fuzzy de Zadeh, vem suprir a necessidade de se manusear dados de modo a obter resultados que mais se aproximam do raciocínio impreciso, vago e subjetivo dos seres humanos.

O presente trabalho combinou a utilização da lógica fuzzy, com a teoria de resposta ao item, utilizada para estimar parâmetros que foram utilizados como dados de entrada, para então produzir, como saída do sistema, o estado cognitivo de conteúdos matemáticos inferido para cada competência de área da matemática utilizada pelo ENEM, para cada aluno.

A participação do especialista em educação matemática durante todo o processo de modelagem e desenvolvimento do sistema proposto foi fundamental para o direcionamento das etapas da pesquisa. A escolha pela utilização da linguagem Java e da biblioteca jFuzzyLogic, que implementa o padrão FCL da norma IEC 61131 – 7 foi importante para a produtividade desta etapa, dada a vasta documentação disponível.

A realização de testes do modelo proposto com dados reais de alunos ingressantes nos Cursos de Sistemas de Informação e Engenharia de Sistemas permitiu assim confirmar que a lógica fuzzy, combinada a TRI e visando as competências de área da matemática são capazes de melhorar o processo de avaliação diagnóstica de conhecimentos matemáticos dos alunos avaliados. A validação destes resultados obtidos junto ao especialista se deu por meio de comparações dos resultados obtidos pela lógica clássica e pela lógica fuzzy. Os resultados limitam-se ao contexto declarado e não podem ser generalizados sem ressalvas. Como trabalhos futuros tem-se a aplicação do modelo a outros grupos de alunos e a sua adequação a outras áreas de conhecimento.

Por meio deste modelo, é possível estruturar uma intervenção pedagógica ainda mais assertiva ao apoiar os professores e alunos no direcionamento de conteúdos e atividades adequados ao estado cognitivo em que se encontra cada aluno em determinado momento.

Tal pesquisa tem o potencial de colaborar com a diminuição dos níveis de reprovação e retenção decorrentes dos problemas de aprendizagem de conteúdos matemáticos destes alunos, demonstrando assim que a inteligência computacional é hoje não só uma realidade presente nos contextos educacionais, mas também uma ferramenta com potencial de transformar os modos de atuar de alunos, professores e gestores em escala global.



## Referências

ARIAS, Richard Arias et al. Avaliação Multidimensional Baseada em Lógica difusa para Ambientes de Ensino Mediado por Computador. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, [S.l.], v. 20, n. 03, p. 74-84, dez. 2012. ISSN 2317-6121. Disponível em: <<https://www.br-ie.org/pub/index.php/rbie/article/view/1389>>. Acesso em: 30 mai. 2020. doi:<http://dx.doi.org/10.5753/rbie.2012.20.03.74>.

BLOOM, Benjamim S. et. al. **Manual de avaliação formativa e somativa do aprendizado escolar**. São Paulo: Livraria Pioneira Editora, 1983.

CHAI, K. C.; TAY, K. M.; LIM, C. P. A new fuzzy peer assessment methodology for cooperative learning of students. **Applied Soft Computing**, v. 32, p. 468-480, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.asoc.2015.03.056>>. Acesso em: 15 set. 2019.

CINGOLANI, Pablo; ALCALÁ-FDEZ, Jesús. jFuzzyLogic: a Java Library to Design Fuzzy Logic Controllers According to the Standard for Fuzzy Control Programming. **International Journal of Computational Intelligence Systems**, v. 6, n. 1, p. 61-75, 2013. Disponível em: <<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/18756891.2013.818190>>. Acesso em: 20 set. 2019.

COSTA, K. et al. Acompanhamento do estudante em ambientes de aprendizagem utilizando Lógica Fuzzy. In: XXVI CONGRESSO DA SBC, 2006, Campo Grande. **Anais eletrônicos**. Disponível em: <<https://www.br-ie.org/pub/index.php/wie/article/view/911/897>>. Acesso em: 20 set. 2019.

GOMES, Hamilton Vinícius. **Proposta de utilização da teoria de resposta ao item na avaliação e melhoria no aprendizado**. 2016, 92 f. Dissertação (Mestrado profissional em Modelagem computacional e sistemas) - Universidade Estadual de Montes Claros (Unimontes), Montes Claros. 2016.

HAYDT, R. **Avaliação do processo ensino-aprendizagem**. 6. ed. São Paulo: Ática, 2002, 160 p.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS (INEP). **Matriz de Referência ENEM**, 2019. Brasília: MEC, 2019. Disponível em: <[http://download.inep.gov.br/download/enem/matriz\\_referencia.pdf](http://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf)>. Acesso em: 10 out. 2019.

KWOK, R. C. W. et al. Collaborative assessment in education: an application of a fuzzy GSS. **Information & Management**, v. 39, p. 243-253, 2001. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0378720601000933>>. Acesso em: 15 set. 2019.

LEITE, Sérgio Antônio da Silva; KAGER, Samantha. Efeitos aversivos das práticas de avaliação da aprendizagem escolar. **Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação**, Rio de Janeiro, v. 17, n. 62, p. 109-134, 2009. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0104-40362009000100006&lng=en&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-40362009000100006&lng=en&nrm=iso)>. Acesso em: 31 mai. 2020.

LÉVY, Pierre. **Cibercultura**. São Paulo: Editora 34, 1999, 264 p.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições**. 22. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez. 2009, 264 p.

MAMDANI, E. M. Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant. **Proceedings of the IEEE**, v. 121, n.12, p 1585–1588, 1974. Disponível em: <<https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/piee.1974.0328>>. Acesso em: 15 set. 2019.

PAPERT, S. Epistémologie de la cybernétique. In: J. PIAGET (organ.) Logique et connaissance scientifique. **Encyclopédie de la Pléiade**. Paris: Gallimard. p. 822-840, 1967.

PAPERT, S.. **LOGO: computadores e educação**. São Paulo: Brasiliense. 1985, 256 p.

PAPERT, S.. **The children's machine: rethinking education in the age of the computer**. Nova York: Basic Books. 1993, 210 p.

PICARD, R.W. Building an affective learning companion, invited keynote talk. Paper presented at the **International Conference of Intelligent Tutoring Systems**, Taiwan, 2006.

PILETTI, C. **Didática geral**. São Paulo: Ática. 1987. 258 p.

SALEH, I.; KIM, S.. A fuzzy system for evaluating students' learning achievement. **Expert Systems With Applications**, v. 36, p. 6236-6243, 2009. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0957417408004661>>. Acesso em: 20 set. 2019.

SHEEBA, T.; KRISHNAN, R.. Semantic Predictive Model of Student Dynamic Profile Using Fuzzy Concept. **Procedia Computer Science**, v. 132, p. 1592–1601, 2018. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877050918308561>>. Acesso em: 20 set. 2019.

TAKAKI, Patrícia; HONORATO, Matheus Felipe Paixão; GALDINO, Iuri Patrick Souza. **Modelagem de um sistema fuzzy para avaliação do modelo de oferta de cursos de graduação a distância do CEAD/UNIMONTES**. In. Fórum de Ensino, Pesquisa, Extensão e Gestão da Unimontes. Anais (on-line). Montes Claros: Unimontes (2019). Disponível em <<https://www.fepeg.unimontes.br/index.php/anais/91767765-a76b-4bb9-b331-f1d15c8dd370>>. Acesso em: 15 Mai. 2020.

VICARI, Rosa Maria. Inteligência Artificial aplicada à Educação. In: PIMENTEL, Mariano; SAMPAIO, Fábio F.; SANTOS, Edméa O. (Org.). **Informática na Educação: técnicas e tecnologias computacionais**. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2019. (Série Informática na Educação, v.4) Disponível em: <<https://ieducacao.ceie-br.org///inteligenciaartificial>>. Acesso em: 28 set. 2019.

VOSKOGLOU, M.. Fuzzy Logic as a Tool for Assessing Students' Knowledge and Skills.

**Education Sciences**, v. 3, p.208–221, 2013. Disponível em: <

[https://www.researchgate.net/publication/272647944\\_Fuzzy\\_Logic\\_as\\_a\\_Tool\\_for\\_Assessing\\_Students'\\_Knowledge\\_and\\_Skills](https://www.researchgate.net/publication/272647944_Fuzzy_Logic_as_a_Tool_for_Assessing_Students'_Knowledge_and_Skills)>. Acesso em: 20 set. 2019.

WILGES, B. et al. Avaliação da aprendizagem por meio de lógica de fuzzy validado por uma Árvore de Decisão ID3. **RENOTE**, v. 8, n. 3, 2010. Disponível em:

<<https://seer.ufrgs.br/renote/article/view/18053>>. Acesso em: 18 ago. 2019.

WOOLF, B.; BURLERSON, W.; ARROYO, I.; DRAGON, T.; COOPER, D. and PICARD, R. Affect-aware tutors: recognising and responding to student affect. **International Journal Learning Technology**, Vol. 4, Nos. 3/4, p.129–164, 2009.

ZADEH, L.. Fuzzy sets. **Information And Control**, v. 8, ed. 3, 1965. Disponível em: <

<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001999586590241X>>. Acesso em: 25 set. 2019.

ZADEH, L.. Fuzzy logic. **Computer**, v. 21, ed. 4, 1988. Disponível em:

<<https://dl.acm.org/doi/10.1109/2.53>>. Acesso em: 25 set. 2019.